

Eukleidova konstrukce pravidelného pětiúhelníka

Ondřej Chvojka

Katedra filosofie
Západočeská Univerzita

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí

Eukleidova
konstrukce
pravidelného
pětiúhelníka

Pětiúhelník

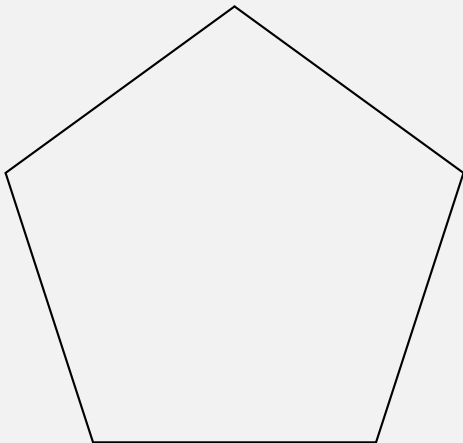
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Proč? význam, symbolika, zlatý řez, dokonalost, složitost konstrukce

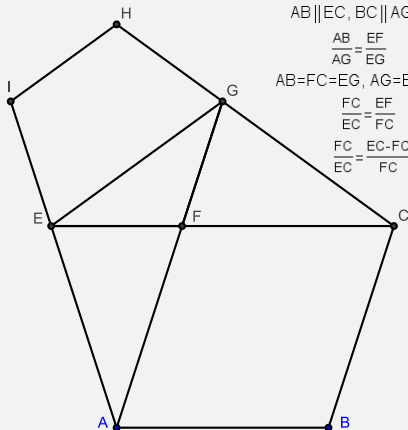
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Nesouměřitelnost strany a úhlopříčky

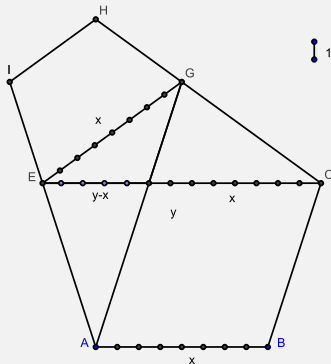
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Mějme jednotkovou úsečku 1 a z ní sestaven nejmenší takový pětiúhelník, jehož strana i úhlopříčka je beze zbytku sestavena z 1. Pak existuje menší pětiúhelník, jehož strana i úhlopříčka je beze zbytku sestavena z 1, viz obr., což je spor.

Pěticípá hvězda

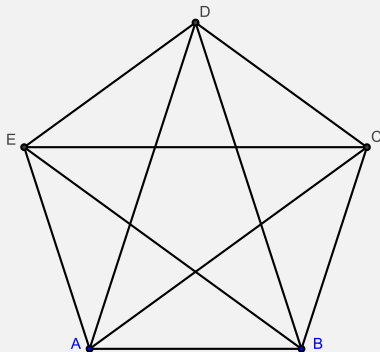
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

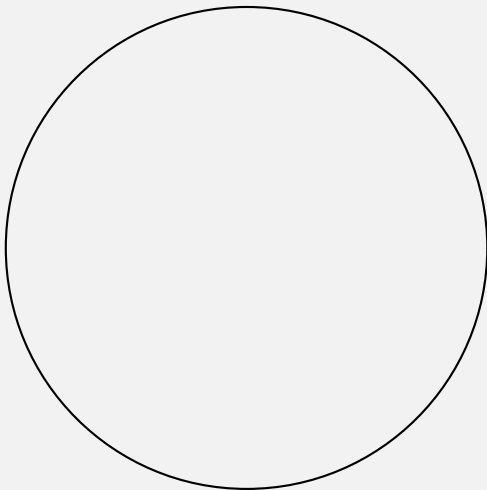
Syntéza

Shrnutí



Zadání úlohy

„Vpiš do kruhu daného pětiúhelník stejnostranný a stejnoúhlý“ [IV.xi]



Pětiúhelník

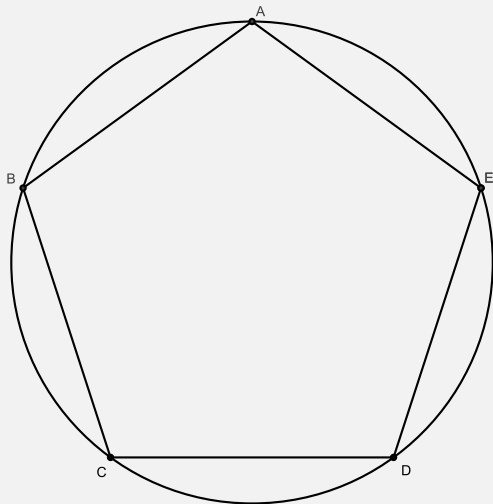
Analýza

Syntéza

Shrnutí

Analýza vepsání pětiúhelníka

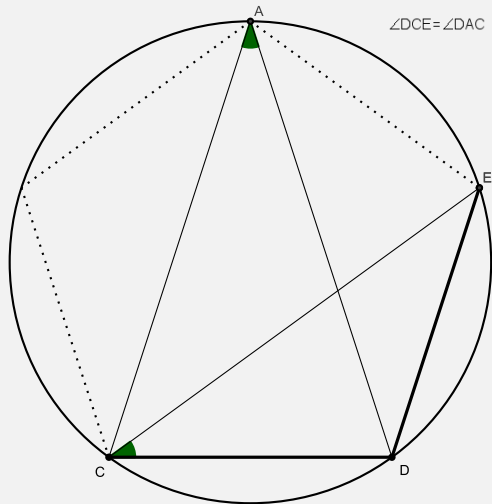
Nechť to, co hledáme, máme před sebou. Existuje univerzální metoda analýzy?
Pokud ne, jsme odkázáni na intuici, inspiraci, vytrvalost a dosavadní znalosti.



Analýza vepsání pětiúhelníka

„stejným obloukům náleží stejné tětivy“ [III.xxix]

„stejně úhly obvodové stojí na stejných obloucích“ [III.xxvi]



Pětiúhelník

Analýza

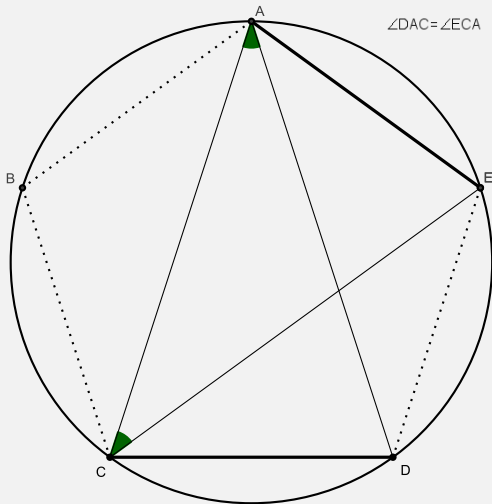
Syntéza

Shrnutí

Analýza vepsání pětiúhelníka

„stejným obloukům náleží stejné tětivy“ [III.xxix]

„stejně úhly obvodové stojí na stejných obloucích“ [III.xxvi]



Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí

Analýza vepsání pětiúhelníka

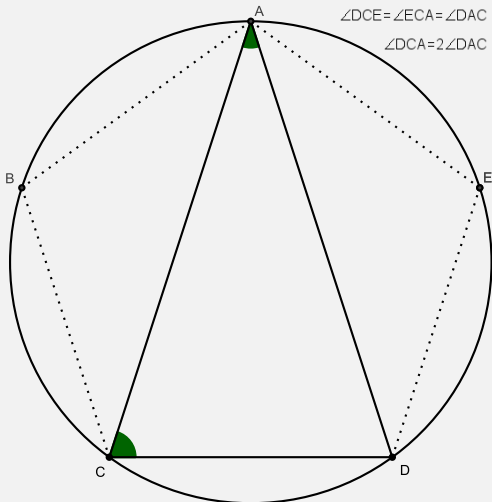
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

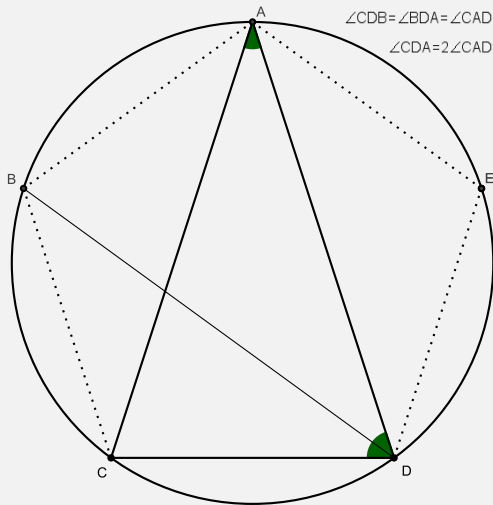
Shrnutí



Analýza vepsání pětiúhelníka

Ondřej
Chvojka

Symetricky:



Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí

Analýza vepsání pětiúhelníka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí

- ▶ Konstrukce rovnoramenného trojúhelníka s úhly při základnách dvakrát většími úhlu při vrcholu [IV.x]
- ▶ Vepsání trojúhelníka stejnoúhlého s daným trojúhelníkem do dané kružnice [IV.ii]
- ▶ Rozpůlení úhlu [I.ix]
- ▶ Evidence tvrzení: stejné úhly obvodové stojí na stejných obloucích [III.xxvi]
- ▶ Evidence tvrzení: stejné obloukům náležejí stejné těživy [III.xxix]

Analýza vepsání pětiúhelníka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí

- ▶ Konstrukce rovnoramenného trojúhelníka s úhly při základnách dvakrát většími úhlu při vrcholu [IV.x]
- ▶ Vepsání trojúhelníka stejnoúhlého s daným trojúhelníkem do dané kružnice [IV.ii]
- ▶ Rozpůlení úhlu [I.ix]
- ▶ Evidence tvrzení: stejné úhly obvodové stojí na stejných obloucích [III.xxvi]
- ▶ Evidence tvrzení: stejným obloukům náleží stejné tětivy [III.xxix]

Analýza vepsání pětiúhelníka

Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí

Dále je třeba tyto konstrukce a tvrzení analyzovat, až nahlédneme, jak všechny konstrukce tvořit pouze užíváním postulátů a jak evidovat správnost všech dílčích tvrzeních pouze užitím axiomů.

Pak přichází na řadu syntéza: samotná konstrukce a evidence správnosti podle předpisu vytvořeného analýzou.

Syntéza podle *Základů*

První analýza naší úlohy pochází z Antiky. V *Základech* je popsána jen syntéza:

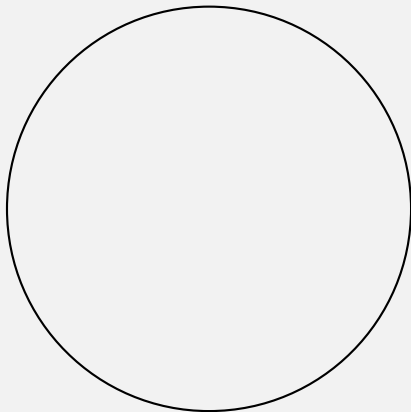
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Syntéza podle Základů

Ondřej
Chvojka

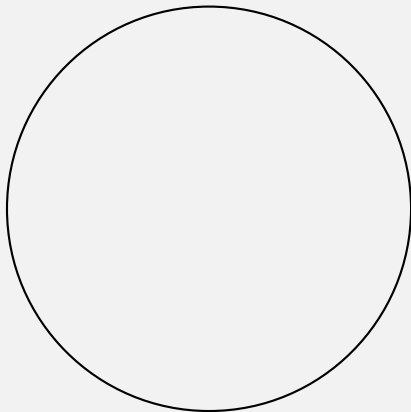
Mějme libovolnou úsečku GF .

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Syntéza podle *Základů*

Rozdělení GF v „podivném poměru“

Ondřej
Chvojka

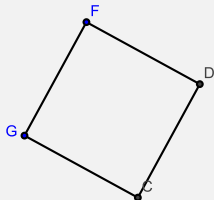
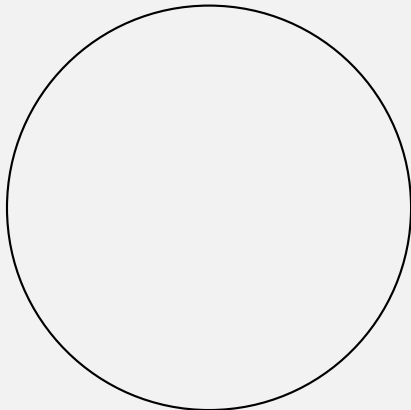
Rozdělme GF v bodě J tak, aby $JG \times GF = JF^2$ [II.xi].

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Syntéza podle Základů

Rozdělení GF v „podivném poměru“

Ondřej
Chvojka

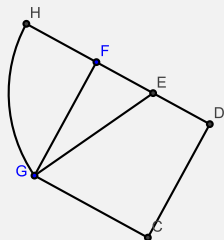
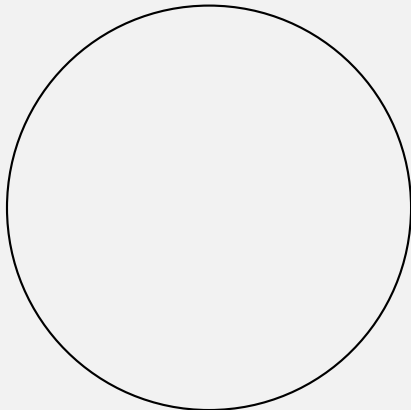
Rozdělme GF v bodě J tak, aby $JG \times GF = JF^2$. [II.xi]

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Syntéza podle Základů

Rozdělení GF v „podivném“ poměru

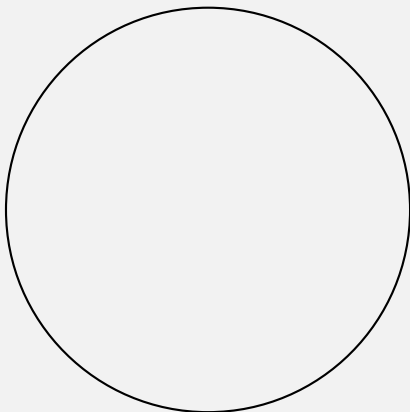
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

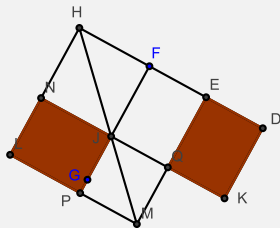
Analýza

Syntéza

Shrnutí



$$HF \times HD + EF^2 = HE^2$$



Syntéza podle Základů

Rozdělení GF v „podivném“ poměru

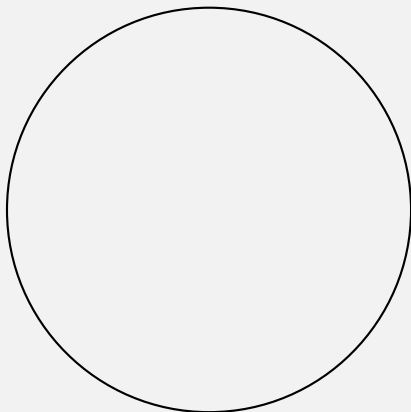
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

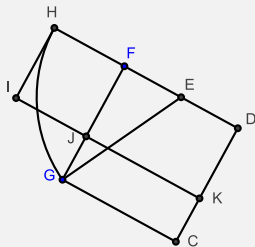
Shrnutí



$$HF \times HD + EF^2 = HE^2$$

$$HF \times HD + EF^2 = GE^2$$

$$HF \times HD = GF^2$$



Syntéza podle *Základů*

Rozdělení GF v „podivném“ poměru

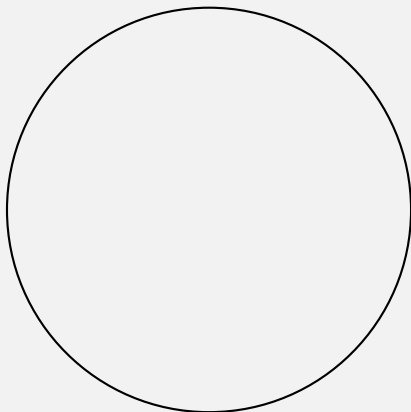
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



$$JG \times GF = JF^2$$



Syntéza podle Základů

Rovnoramenný trojúhelník

Ondřej
Chvojka

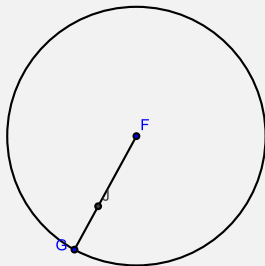
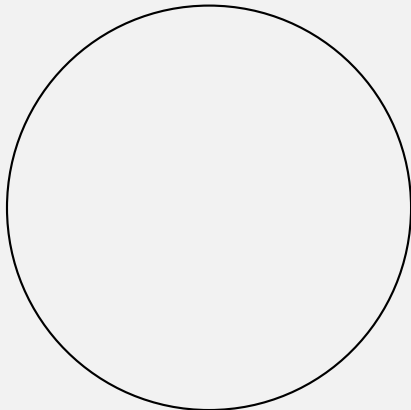
Sestroj $rr \triangle$ mající úhly při základě dvakrát větší úhlu při vrcholu. [IV.x]

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Syntéza podle Základů

Rovnoramenný trojúhelník

Ondřej
Chvojka

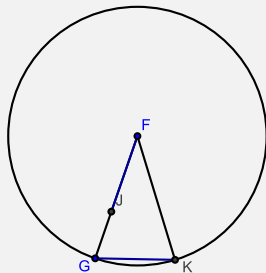
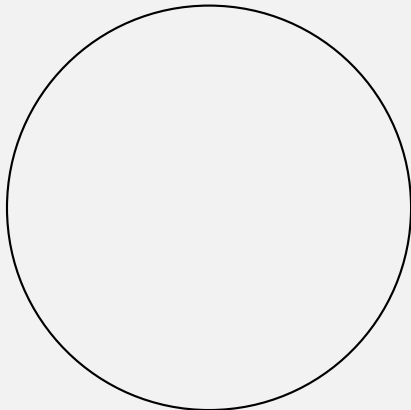
Sestroj $rr \triangle$ mající úhly při základě dvakrát větší úhlu při vrcholu. [IV.x]

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Syntéza podle Základů

Rovnoramenný trojúhelník

Ondřej
Chvojka

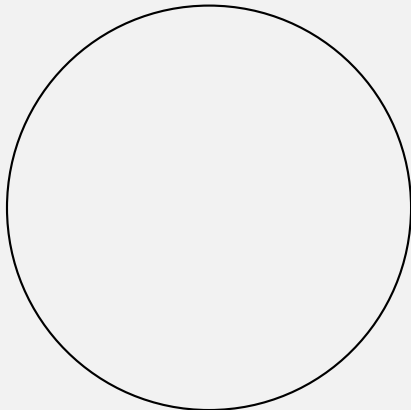
Sestroj $rr \triangle$ mající úhly při základě dvakrát větší úhlu při vrcholu. [IV.x]

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Syntéza podle Základů

Rovnoramenný trojúhelník

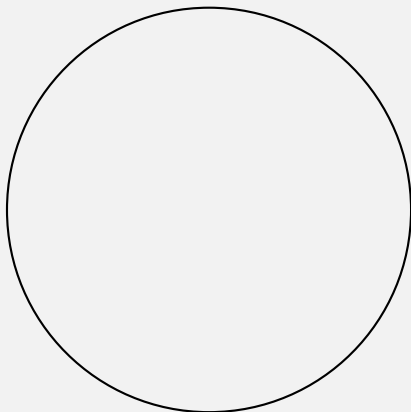
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



$$JG \times GF = JF^2 = GK^2$$

GK je tečna [III.xxxvii]

$$\angle GKJ = \angle JFK \text{ [III.xxxii]}$$

$$\angle GKJ + \angle JKF = \angle JFK + \angle JKF$$

$$\angle GKF = \angle GJK$$

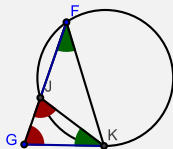
$$\angle KGJ = \angle GJK$$

$$GK = JK$$

$$JF = JK$$

$$\angle JFK = \angle FKJ$$

$$\angle GFK = \angle GKJ + \angle JKF = 2 \angle GJK$$



Syntéza podle Základů

Vepsání trojúhelníku stejnoúhlého

Ondřej
Chvojka

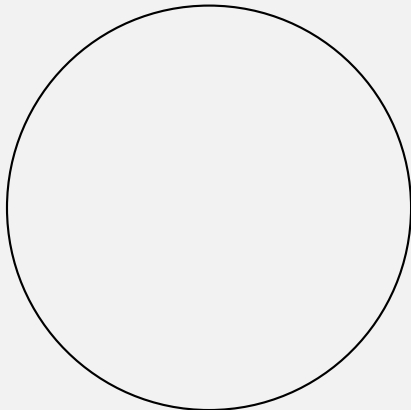
Vpiš do kruhu daného trojúhelník s daným trojúhelníkem stejnoúhlý [IV.ii].

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Syntéza podle Základů

Vepsání trojúhelníku stejnoúhlého

Ondřej
Chvojka

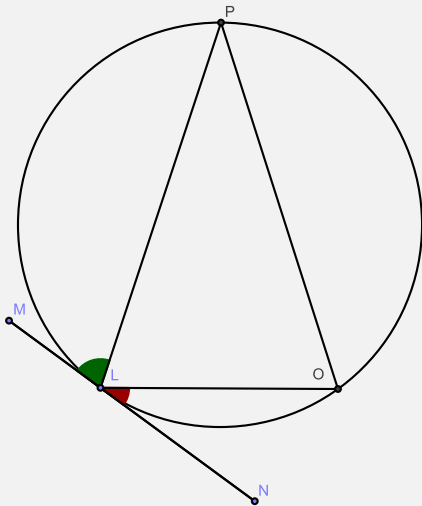
Vpiš do kruhu daného trojúhelník s daným trojúhelníkem stejnoúhlý [IV.ii].

Pětúhelník

Analýza

Syntéza

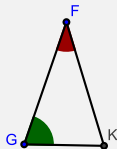
Shrnutí



MN je tečna

$\angle MLO = LPO$ [III.xxxii]

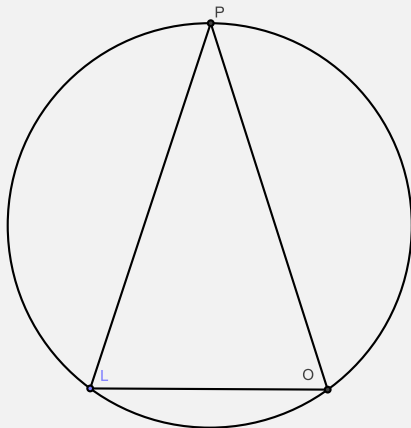
...



Syntéza podle Základů

Rozpůlení úhlu

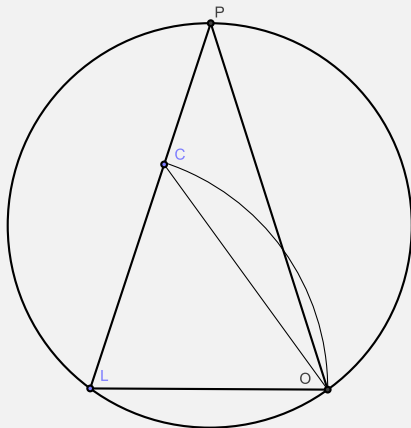
Daný úhel jest rozpůliti [I.ix].



Syntéza podle Základů

Rozpůlení úhlu

Daný úhel jest rozpůliti [I.ix].



Syntéza podle Základů

Rozpůlení úhlu

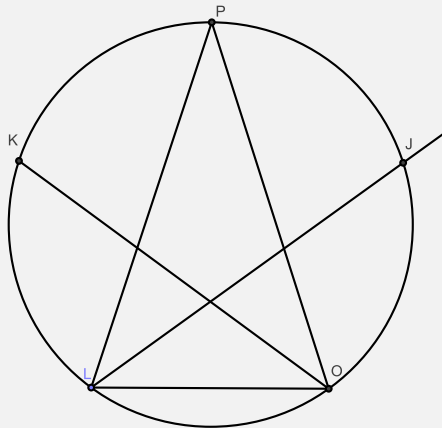
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Syntéza podle Základů

Pětiúhelník vepsaný

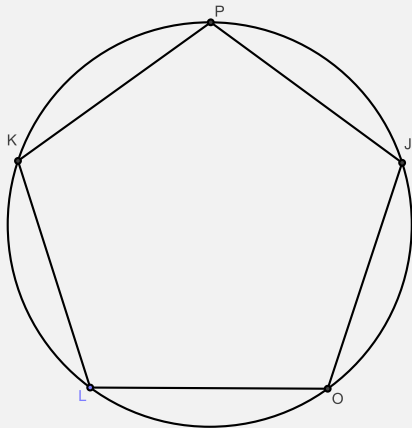
Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí



Ondřej
Chvojka

Pětiúhelník

Analýza

Syntéza

Shrnutí

- ▶ analýza x syntéza
- ▶ neužitečnost x krása
- ▶ význam – tříbení myšlení (racionální zdůvodňování pravd)
- ▶ symbolika
- ▶ otázka konstruovatelnosti pravidelných mnohoúhelníků