Logika jako studijní obor

Marta Bílková

Katedra logiky
Univerzita Karlova v Praze

Organon VII
Olomouc

Studium logiky na katedře logiky FF UK v Praze

- tříleté bakalářské studium
- navazující dvouleté magisterské studium
- tříleté PhD studium

Studium logiky na katedře logiky FF UK v Praze

- tříleté bakalářské studium
- navazující dvouleté magisterské studium
- tříleté PhD studium

Studium logiky na ILLC, University of Amsterdam

- dvouleté studium MSc in Logic
- čtyřleté doktorské studium

Studium logiky na ILLC, University of Amsterdam

- dvouleté studium MSc in Logic
- čtyřleté doktorské studium

1. Core elements

- The course Logic, Language and Computation (3 EC) in the first semester.
- In addition, each student must do a total of at least 6 EC in research projects.
- a course Basic Logic (6 EC) for students with a non-mathematical background.

2. Track-specific courses

Each student must satisfy the requirements of at least one of the four tracks:

- Logic and Computation
- Logic and Mathematics
- Logic and Linguistics
- Logic and Philosophy

2. Track-specific courses

Each student must satisfy the requirements of at least one of the four tracks:

- Logic and Computation
- Logic and Mathematics
- Logic and Linguistics
- Logic and Philosophy

2a. Track Logic and Computation

Semester 1
Introduction to Logic in Computer Science (6 EC)

Semester 2
Recursion Theory (6 EC)

Students who did not have a mathematical introduction to Modal Logic in their undergraduate education will need to take Introduction to Modal Logic (6 EC) as well.

2c. Track Logic and Mathematics

Semester 1
Model Theory (6 EC)
Introduction to Logic in Computer Science (6 EC)

Semester 2
Recursion Theory (6 EC)

Students who did not have a mathematical introduction to modal logic in their undergraduate education will need to take Introduction to Modal Logic (6 EC) as well.

Students who did not have an introduction to axiomatic set theory in their undergraduate education will need to take Axiomatic Set Theory (6 EC) as well.

3. Master thesis
The Thesis Master of Logic (30 EC). The student should start discussing possible topics with staff members in his or her third semester (in close consultation with his or her academic mentor) and agree with a supervisor on a thesis topic and plan by the end of the third semester. The thesis defense (in the presence of a thesis committee) is the final examination of the MSc Logic.

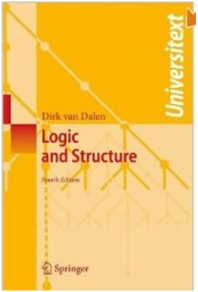
4. Elective courses MSc Logic

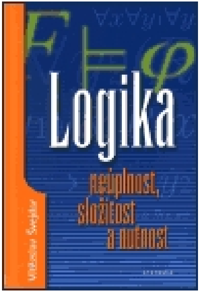
Obsah kurzu Klasická logika I (FF UK)

2/0 Zk, 3/1 Zk

Výroková a predikátová logika, Hilbertovská axiomatika, kalkul přirozené dedukce a Gentzenovský kalkul, sémantika, korektnost a úplnost.

Literatura


Universitext
Dirk van Dalen
Logic and Structure
Springer


Logika
neúplnost,
složitost
a nutnost

... nejobtížnější se zdá být důkaz úplnosti predikátové logiky...

Jazyk a sémantika fragmentu sylogistiky

Sentence:

$$\text{All } X \text{ are } Y$$

kde X, Y jsou proměnné z množiny Var

Jazyk a sémantika fragmentu sylogistiky

Sentence:

$$\text{All } X \text{ are } Y$$

kde X, Y jsou proměnné z množiny Var

Model:

$$\mathbb{M} = (M, X^{\mathbb{M}}, \ldots)$$

kde pro každé $X \in Var$, $X^{\mathbb{M}} \subseteq M$

Jazyk a sémantika fragmentu sylogistiky

Sentence:

$$\text{All } X \text{ are } Y$$

kde X, Y jsou proměnné z množiny Var

Model:

$$\mathbb{M} = (M, X^{\mathbb{M}}, \ldots)$$

kde pro každé $X \in Var$, $X^{\mathbb{M}} \subseteq M$

Sémantika:

$$\mathbb{M} \models \text{All } X \text{ are } Y \ \text{ iff } \ X^{\mathbb{M}} \subseteq Y^{\mathbb{M}}$$

$$\Gamma \vdash \text{All } X \text{ are } Y \ \text{ iff } \ \forall \mathbb{M}(\mathbb{M} \models \Gamma \Rightarrow \mathbb{M} \models \text{All } X \text{ are } Y)$$

Kalkul

Kalkul:

$$\frac{}{\text{All } X \text{ are } X} \qquad \text{Barbara}\ \frac{\text{All } X \text{ are } Z \qquad \text{All } Z \text{ are } Y}{\text{All } X \text{ are } Y}$$

obvyklá definice $\Gamma \vdash \text{All } X \text{ are } Y$

Kalkul

Kalkul:

$$\frac{}{\text{All } X \text{ are } X} \qquad \text{Barbara}\ \frac{\text{All } X \text{ are } Z \qquad \text{All } Z \text{ are } Y}{\text{All } X \text{ are } Y}$$

obvyklá definice $\Gamma \vdash \text{All } X \text{ are } Y$

Úplnost:

$$\Gamma \vdash \text{All } X \text{ are } Y \ \text{ iff } \ \Gamma \models \text{All } X \text{ are } Y$$

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

Definujme předuspořádání

$$A \leq B \text{ iff } \Gamma \vdash \text{All } A \text{ are } B$$

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

Definujme předuspořádání

$$A \leq B \text{ iff } \Gamma \vdash \text{All } A \text{ are } B$$

Definujme model $\mathbb{M}^{\Gamma}$:

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

Definujme předuspořádání

$$A \leq B \text{ iff } \Gamma \vdash \text{All } A \text{ are } B$$

Definujme model $\mathbb{M}^{\Gamma}$:

$$M^{\Gamma} = Var$$

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

Definujme předuspořádání

$$A \leq B \text{ iff } \Gamma \vdash \text{All } A \text{ are } B$$

Definujme model $\mathbb{M}^{\Gamma}$:

$$M^{\Gamma} = Var/\equiv$$

($\equiv$ je ekvivalence indukovaná $\leq$)

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

Definujme předuspořádání

$$A \leq B \text{ iff } \Gamma \vdash \text{All } A \text{ are } B$$

Definujme model $\mathbb{M}^{\Gamma}$:

$$M^{\Gamma} = Var/\equiv$$

($\equiv$ je ekvivalence indukovaná $\leq$)

konečně

$$A^{\mathbb{M}^{\Gamma}} = \downarrow A = \{B | B \leq A\}$$

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

$\mathbb{M}^{\Gamma} \models \Gamma$ (z tranzitivity $\leq$)

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

$\mathbb{M}^{\Gamma} \models \Gamma$ (z tranzitivity $\leq$)

$X^{\mathbb{M}^{\Gamma}} \subseteq Y^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$ (z předpokladu $\Gamma \models$ All X are Y)

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

$\mathbb{M}^{\Gamma} \models \Gamma$ (z tranzitivity $\leq$)

$X^{\mathbb{M}^{\Gamma}} \subseteq Y^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$ (z předpokladu $\Gamma \models$ All X are Y)

$X \in Y^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$ (protože $X \in X^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$)

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

$\mathbb{M}^{\Gamma} \models \Gamma$ (z tranzitivity $\leq$)

$X^{\mathbb{M}^{\Gamma}} \subseteq Y^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$ (z předpokladu $\Gamma \models$ All X are Y)

$X \in Y^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$ (protože $X \in X^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$)

$\Gamma \vdash$ All X are Y (z definice modelu)

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

$\mathbb{M}^{\Gamma} \models \Gamma$ (z tranzitivity $\leq$)

$X^{\mathbb{M}^{\Gamma}} \subseteq Y^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$ (z předpokladu $\Gamma \models$ All X are Y)

$X \in Y^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$ (protože $X \in X^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$)

$\Gamma \vdash$ All X are Y (z definice modelu)

$\mathbb{M}^{\Gamma}$ je kanonický model množiny sentencí Γ

Důkaz:

Nechť $\Gamma \models$ All X are Y.

$\mathbb{M}^{\Gamma} \models \Gamma$ (z tranzitivity $\leq$)

$X^{\mathbb{M}^{\Gamma}} \subseteq Y^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$ (z předpokladu $\Gamma \models$ All X are Y)

$X \in Y^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$ (protože $X \in X^{\mathbb{M}^{\Gamma}}$)

$\Gamma \vdash$ All X are Y (z definice modelu)

$\mathbb{M}^{\Gamma}$ je kanonický model množiny sentencí Γ

Úplnost vůči posetům